

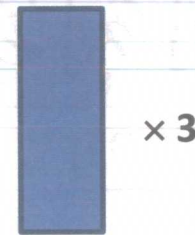
1. 數的作用是什麼?

(可以去做 2, 3, 4 之後再回答)
問 位置不好應該也, 是問而不答

2. 讓我們想一想, 1 杯水和 3 杯水這個 3 做了什麼?

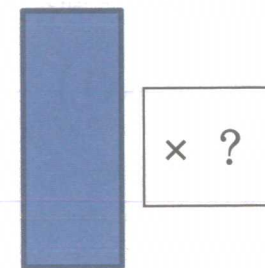
3. ★ 乘以 5 之後是什麼?

4. 試畫出下列圖示, 表現數的作用:



5. 數的作用一定是變大或變多嗎? 有沒有變小或變少的數呢?

6. 試將下面圖形乘上一個作用會變小的數, 並畫出它的圖形。



7. 哪個數起不了作用呢? 哪個數的作用是變成沒有呢?

多
些
實
例
這
好

做題小筆記：

數字的功能可以看成
"倍"的作用，

大於1的數會將作用對象
增大，變多，

小於1的數會將作用對象
變小，變少，

1這個數對於作用對象
完成沒有改變！



乘法

1. 阿明平時有存錢的習慣，今天他發現豬公已經滿了，因此決定殺豬公看看裏頭有多少錢，打開後，共有 25 個 10 元硬幣，37 個 1 元硬幣，請問阿明共存了多少錢呢？

佰	拾	壹
0	25	37

* 列算式 $25 \times 10 + 37 \times 1 = 250 + 37$

2. 請完成下面的運算：

(1) $89 \times 2 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ \hline 160 + 18 \\ \hline 178 \end{array}$$

$\Rightarrow + 160$
 $\Rightarrow + 18$

$\Rightarrow + 16$
 $\Rightarrow 18$

(2) $89 \times 3 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ \hline 240 + 27 \\ \hline 267 \end{array}$$

$\Rightarrow + 240$
 $\Rightarrow + 27$

$\Rightarrow + 24$
 $\Rightarrow 27$

(3) $89 \times 4 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ \hline 360 + 36 \\ \hline 396 \end{array}$$

$\Rightarrow + 360$
 $\Rightarrow + 36$

$\Rightarrow + 36$
 $\Rightarrow 36$

(4) $89 \times 7 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 7 \\ \hline 63 \end{array}$$

$\Rightarrow + 56$

$\Rightarrow + 56$

3. 下面是中央銀行所發行的新台幣，我們來做一下換錢的動作：



- (1) 幾個 1 元硬幣可以換成 1 個 10 元硬幣？

$10 \times 1 = 1 \times 10$

- (2) 幾個 10 元硬幣可以換成 1 張 100 元紙鈔？

$10 \times 10 = 1 \times 100$

- (3) 幾張 100 元紙鈔可以換成 1 張 1000 元紙鈔？

$10 \times 100 = 1 \times 1000$

- (4) 幾個 10 元硬幣可以換成 9 張 100 元紙鈔？

4. 試著列式寫寫看，寫出不同位數的 9，它們彼此之間的轉換關係：

仟	佰	拾	壹
1	1	1	1
9	9	9	9

- (1) 1 仟 = _____ × 1 佰 = _____ × 1 拾 = _____ × 1 壹
 (2) 9 仟 = _____ × 9 佰 = _____ × 9 拾 = _____ × 9 壹

5. 想一想，下面三種計算方式有什麼不同？試著說說看每種方式怎麼做計算。

①

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 \times 200 \\
 \hline
 0000 \\
 0000 \\
 6000 \\
 \hline
 600000
 \end{array}$$

利用位址的值 (位值)
來表現該數字的 "單位"

②

$$\begin{array}{r}
 3000 \\
 \times 200 \\
 \hline
 600000
 \end{array}$$

③

$$\begin{aligned}
 &3000 \times 200 \\
 &= 3000 \times 100 \times 2 \\
 &= 300000 \times 2 \\
 &= 600000
 \end{aligned}$$

6. 請計算下列各題：

(1) $200 \times 4 =$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ (2) $200 \times 30 =$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 30 \\ \hline \end{array}$ (3) $200 \times 34 =$ $\begin{array}{r} 200 \\ \times 34 \\ \hline \end{array}$ (4) $300 \times 25 =$ $\begin{array}{r} 300 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$

一步一步來，

(5) $324 \times 6 =$ $\begin{array}{r} 324 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$ (6) $324 \times 30 =$ $\begin{array}{r} 324 \\ \times 30 \\ \hline \end{array}$ (7) $324 \times 36 =$ $\begin{array}{r} 324 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$ (8) $537 \times 24 =$ $\begin{array}{r} 537 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$

除法

1. 請計算下列各題，並試著寫下計算過程中每一個步驟在算什麼。

(1) $800 \div 300 =$ $\begin{array}{r} 2 \\ 300 \overline{) 800} \\ \underline{600} \\ 200 \end{array}$ (2) $2600 \div 300 =$ $\begin{array}{r} 8 \\ 300 \overline{) 2600} \\ \underline{2400} \\ 200 \end{array}$ (3) $2697 \div 300 =$ $\begin{array}{r} 8 \\ 300 \overline{) 2697} \\ \underline{2400} \\ 297 \end{array}$

(4) $675 \div 4 =$ $\begin{array}{r} 168 \\ 4 \overline{) 675} \\ \underline{4} \\ 275 \\ \underline{24} \\ 35 \\ \underline{32} \\ 3 \end{array}$ (5) $675 \div 40 =$ $\begin{array}{r} 16 \\ 40 \overline{) 675} \\ \underline{40} \\ 275 \\ \underline{240} \\ 35 \end{array}$ (6) $675 \div 400 =$ $\begin{array}{r} 1 \\ 400 \overline{) 675} \end{array}$

(7) $675 \div 44 =$ $\begin{array}{r} 15 \\ 44 \overline{) 675} \end{array}$ (8) $675 \div 444 =$ $\begin{array}{r} 1 \\ 444 \overline{) 675} \end{array}$ (9) $563 \div 67 =$ $\begin{array}{r} 8 \\ 67 \overline{) 563} \end{array}$

要一步一步來，對位很重要！

2. 題目：果園今天採收一堆蘋果，每 15 顆蘋果裝一籃，剛好裝完。
 (1) 如果今天採收的蘋果數量，最接近 500 顆但不到 500 顆，那麼今天採收多少顆蘋果？

$15 - 1$
 $150 - 10 \Rightarrow 15 \overline{) 500}$
 $450 - 30$
 $15 - 1$
 $45 - 3 \Rightarrow 15 \overline{) 500}$
 $60 - 4$

- (2) 如果今天採收的蘋果數量，最接近 500 顆但超過 500 顆，那麼今天採收多少顆蘋果？

- (3) 如果今天採收的蘋果數量，在 580 顆~650 顆之間，那麼今天採收的蘋果最多會有幾顆？最少會有幾顆？

3. 以下是第 2 題的解題計算，試著寫下解題過程的算式，每個步驟在算什麼呢？

(1) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $15 \overline{) 500}$ $15 \times 30 = 450 \rightarrow$ $15 \times 3 = 45 \rightarrow$	直式每一步的想法 一步一步完成。
(2) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $500 = 15 \times 33 + 5$ $-5 \quad -5$ $495 = 15 \times 33$	進入橫式的 記錄方式。
(3) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $500 = 15 \times 33 + 5$ $+10 \quad +10$ $510 = 15 \times 33 + 15 \times 1$ $= 15 \times 34$	

(4)

$$\begin{array}{r}
 580 \div 15 = 38 \dots 10 \\
 580 = 15 \times 38 + 10 \\
 +5 \quad +5 \\
 585 = 15 \times 38 + 15 \times 1 \\
 = 15 \times 39
 \end{array}$$

(5)

585	39
600	40
615	41
630	42
645	43

(6)

$$\begin{array}{r}
 650 \div 15 = 43 \dots 5 \\
 650 = 15 \times 43 + 5 \\
 -5 \quad -5 \\
 645 = 15 \times 43
 \end{array}$$

(7)

$$\begin{array}{r}
 580 \quad 650 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 15 \times \boxed{38} + \boxed{10} \quad 15 \times \boxed{43} + \boxed{5} \\
 \\
 580 = 15 \times 38 + 10 \quad 650 = 15 \times 43 + 5 \\
 +5 \quad +5 \quad -5 \quad -5 \\
 585 = 15 \times 38 + 15 \times 1 \quad 645 = 15 \times 43 \\
 = 15 \times 39
 \end{array}$$

4. 練習題：弟弟有一桶彈珠，數量大約在 55~65 顆之間，每 3 顆一數，剛好數完。
 請問弟弟的彈珠可能有幾顆？盡可能寫出你所理解的算法。

要求重複上面的計算步驟，
 就算模仿也可以，意我的
 計算想法的
 理解最重要！

做題小筆記：



可分解的數

1. 請依照算式寫出各小題的結果。

(1) $3 \times \heartsuit = \heartsuit \heartsuit \heartsuit$

不能分兩次

(3) $\frac{1}{3} \times \square =$

$= \square$ 一次分

(5) $0 \times \text{雲} =$

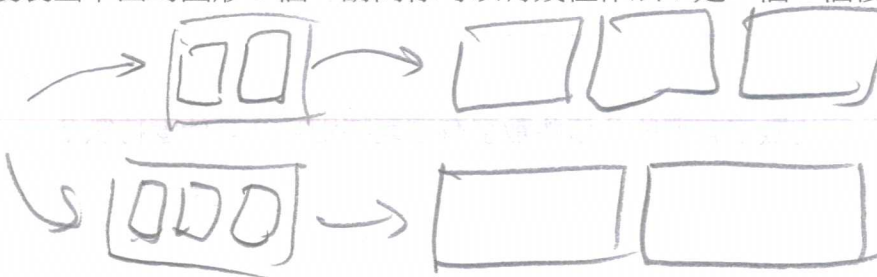


0, 雲不見,

1, 沒改變

★小結論：數字可以發揮什麼作用功能呢？

2. 請利用電腦複製出下面的圖形 6 個，請問你可以有幾種作法？是一個一個複製嗎？



3. 請利用電腦複製出下面的圖形 7 個，請問你可以有幾種作法？



慢慢發展可分解
(我們用分解動作或
分階段的想法來發展
質數, 合數)

4. 承上題，數字 6 和 7 有什麼不同？

5. 承上題，數字 1 和 6、7 有什麼不同？1 算可以被分解嗎？為什麼？

6. 觀察下面數字的分解，請從 1~20 當中分別找出和 6、7 這樣同類的數字，填入方格中並寫出它的分解：

◎ $6 = 1 \times 6$
 $= 2 \times 3$

◎ $7 = 1 \times 7$

根據我的同學可以試著做到
 100 以內的
 質數與合數，

7. 從 $10 = 2 \times 5$ ，我們可以看到

(1) 2 和 5 可以將 10 分解，所以我們會說，2 和 5 是 10 的 因數。

(2) 10 是 5 的 2 倍，10 是 2 的 5 倍，所以我們會說，
 10 是 5 的 倍數，10 是 2 的 倍數，10 是 2 和 5 的 共同的倍數。

8. 可以被 2 成功分解的數字有哪些？這些數字有哪裡特別呢？有什麼特徵？

9. 可以被 5 成功分解的數字是哪些？這些數字有哪裡特別呢？有什麼特徵？

10. 我們來研究一下哪些數字可以被 3 成功分解，它們會有什麼特徵？

(1) $10 \div 3 =$ (2) $100 \div 3 =$ (3) $1000 \div 3 =$ (4) $10000 \div 3 =$

$3 \overline{)10}$

$3 \overline{)100}$

$3 \overline{)1000}$

$3 \overline{)10000}$

不容易，非必要的內容！

(5) $70 \div 3 =$

(6) $700 \div 3 =$

(7) $7000 \div 3 =$

(8) $7770 \div 3 =$

$3 \overline{)70}$

$3 \overline{)700}$

$3 \overline{)7000}$

$3 \overline{)7770}$

$$\begin{array}{r} 89735 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ -8-9-7-3-5 \end{array}$$

$\Rightarrow -(8+9+7+3+5) = -32$

- (9) 請問 89735 可以被 3 成功分解嗎？

i.e. $89735 = (89735 - 32) + 32$
 一定可以！

◎練習 (看看左邊的範例，想一想，並完成填空)

11. ◎範例

$645 = 15 \times 43$

$15 \times 43 = 645$

我們說

645 可以被 15 整除

645 是 15 的倍數

15 是 645 的因數 (整除數)

或是說

645 可以被 43 整除

645 是 43 的倍數

43 是 645 的因數 (整除數)

也就是說

15 和 43 都可以將 645 整除 (分解)

15 和 43 都是 645 的因數 (分解數)

645 是 15 和 43 的倍數

$36 = 4 \times 9$

$4 \times 9 = 36$

我們說

$\square$ 可以被 $\square$ 整除

$\square$ 是 $\square$ 的倍數

$\square$ 是 $\square$ 的因數 (整除數)

或是說

$\square$ 可以被 $\square$ 整除

$\square$ 是 $\square$ 的倍數

$\square$ 是 $\square$ 的因數 (整除數)

也就是說

$\square$ 和 $\square$ 都可以將 $\square$ 整除 (分解)

$\square$ 和 $\square$ 都是 $\square$ 的因數 (分解數)

$\square$ 是 $\square$ 和 $\square$ 的倍數

質數與合數

1. 下面是我們將 12 個笑臉框起來的方式：

12×1



1×12



6×2



2×6



4×3



4×3



3×4 ?

現在，我們有 45 顆（或 36 顆、54 顆、60 顆）糖果，可以怎麼分裝呢？
幾顆裝成 1 包可以剛好分完呢？

45	=	顆 ⇌ 包	36	=	顆 ⇌ 包	54	=	顆 ⇌ 包	60	=	顆 ⇌ 包
		×			×			×			×
		×			×			×			×
		×			×			×			×

*我們稱 這些可以將糖果剛好分完的數字 是 糖果總數 的 因數。
而 糖果總數 是 這些可以將糖果剛好分完的數字 的 倍數。

2. 有 18 個男生和 24 個女生合起來分組，要讓每一組的男生一樣多，女生也一樣多，全部分完可以分成幾組？

3. 五年 3 班有 27 位同學，請問老師需買幾顆糖果才可以讓每個小朋友都拿到一樣多的糖果？

每個人分到的數量	老師總共需買幾顆	老師買的糖果數量和 27 有什麼關係？
1 顆		
2 顆		
3 顆		
10 顆		
? 顆		

4. 分別用長 4 公分和 6 公分的玩具鐵軌，在桌上各自排成一列，兩種鐵軌排成一樣長時，這時的長可能是幾公分？

5. 關於數字的放大與分解

$3 \times \odot = \odot \odot \odot$ $1 \times \odot = \odot$ $5 \times \odot =$ (畫出答案) $4 \times \odot =$ (畫出答案) *我們可以看到數字 1 沒有改變物件的能力，意思是，乘以 1 不會變多也不會變少	$6 = 3 \times 2$ 我們說 6 可以被 3 和 2 分解 $6 = 1 \times 6$ *這樣的寫法沒有成功的將 6 進行分解，因為 1 沒有改變物件的能力
--	--

6.

質數：無法被分解的數
只能經過 1 階段放大後獲得的數

合數：可以被分解的數
可以透過兩階段以上放大後合成的數

$3 = 1 \times 3$
3 只能透過經過 1 次放大 3 倍獲得
3 是質數

$6 = 3 \times 2$
6 可以透過 3 和 2 兩階段放大後合成
6 是合數

1~30 數字中是質數的還有哪些呢？

1~30 數字中是合數的還有哪些呢？

5. 「短除法」：請完成第(1)題，觀察第(1)題想想它的道理，再完成第(2)題。

(1) 求 12 和 15 的最小公倍數

a. 請寫出 12 的倍數

12、24、36、____、____、____、____...

b. 請寫出 15 的倍數

15、30、45、____、____、____、____...

c. 請寫出 12 和 15 的公倍數

____、____、____、____、____...

d. 請寫出 12 和 15 的最小公倍數

e. 我們知道 12×15 是 12 的 15 倍，也是 15 的 12 倍，也就是說， 12×15 是 12 和 15 的公倍數，但是， 12×15 是 12 和 15 的最小公倍數嗎？怎麼檢查呢？

f. 短除法原理

$$12 = 6 \times 2 = 3 \times 2 \times 2$$

$$15 = 3 \times 5 = 3 \times 5$$

$$12 \times 15 = 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

12 和 15 的最小公倍數 $\Rightarrow 3 \times 2 \times 2 \times 5$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

12 和 15 的最小公倍是 $3 \times 4 \times 5 = 60$

(2) 求 18 和 24 的最小公倍數

a. 請寫出 18 的倍數

18、36、54、____、____、____、____...

b. 請寫出 24 的倍數

24、48、72、____、____、____、____...

c. 請寫出 18 和 24 的公倍數

____、____、____、____、____...

d. 請寫出 18 和 24 的最小公倍數

e. 我們知道 18×24 是 18 的 24 倍，也是 24 的 18 倍，也就是說， 18×24 是 18 和 24 的公倍數，但是， 18×24 是 18 和 24 的最小公倍數嗎？怎麼檢查呢？

f. 短除法原理

$$18 =$$

$$24 =$$

$$18 \times 24 =$$

18 和 24 的最小公倍數 $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r|rr} & 18 & 24 \\ \hline & & \end{array}$$

18 和 24 的最小公倍數是 _____

做題小筆記：

因數 (factor). factor 為形成某事物的元素，或形成某事物的成因。

12, 15 的公倍數

$$12 \times 15$$

可以簡化嗎？

$$3 \times 4 \times 3 \times 5$$

$$\Rightarrow 3 \times 4 \times 5$$

$$18 \times 24$$

$$= 2 \times 9 \times 2 \times 12$$

簡化

$$\Rightarrow 2 \times 9 \times 12$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4$$

$$\Rightarrow 2 \times 3 \times 3 \times 4$$

共有的因數

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$



四則運算

1. $5-2+3$ 可以算成 $5-(2+3)$ 嗎？

2. $2+3\times 7$ 可以算成 $(2+3)\times 7$ 嗎？

3. $12\div 6\div 2$ 可以算成 $12\div (6\div 2)$ 嗎？

4. $12\div 4\times 3$ 可以算成 $12\div (4\times 3)$ 嗎？

5. 請你利用括號來確定下面算式的計算順序。

6. 請你利用括號來表現下面算式的計算順序。

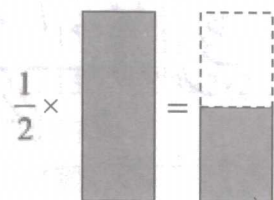
$$5\times 2-3+5-2\div 3\times 4$$

$$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\times 2+3\div 5-5$$

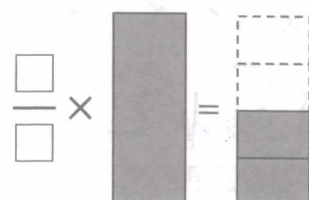
分數

1. 請觀察(1)試著理解分數 $\frac{1}{2}$ 的作用，並完成(2)(3)的填空。

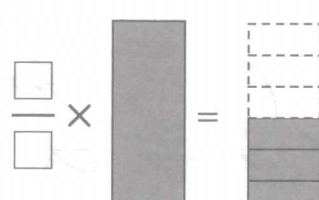
(1)



(2)



(3)



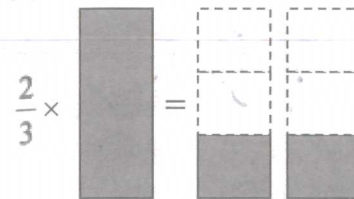
(4) 請寫出 5 個和 $\frac{1}{2}$ 這個數字作用相同的數字。

(5) 請寫出 5 個和 $\frac{2}{3}$ 這個數字作用相同的數字。

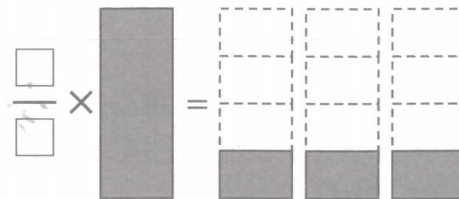
發展等值分數

2. 請觀察(1)試著理解分數 $\frac{2}{3}$ 的作用，並完成(2)(3)的填空。

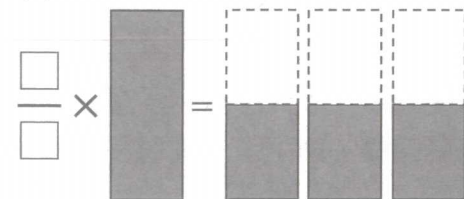
(1)



(2)



(3)

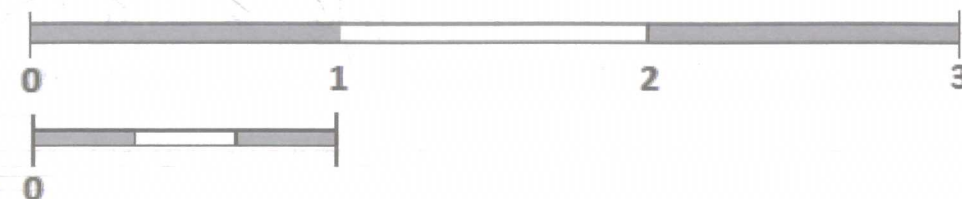


3. 下面是 1 條很有彈性且不會拉斷的橡皮筋，當它未被拉長的原本狀態如下：



現在我們將它拉長，拉到長度為它原本的 3 倍，並在其上標註 0、1、2 和 3。

請問當我們將它放鬆時，被標註 1 的位置現在會是多少？被標註 2 的位置現在會是多少？

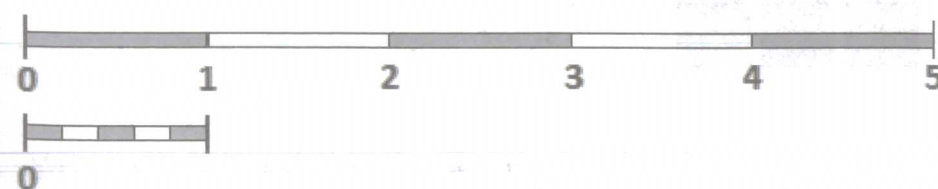


4. 下面是 1 條很有彈性且不會拉斷的橡皮筋，當它未被拉長的原本狀態如下：



現在我們將它拉長，拉到長度為它原本的 5 倍，並在其上標註 0、1、2、3、4 和 5。

請問當我們將它放鬆時，被標註 1、2、3、4 和 5，它們的位置現在分別會是多少？



$\frac{b}{a}$ ，分數也可以看成分子(b)是分母(a)的幾倍！

不稱的觀點看等值分數！

5. 比較下面題目中兩個數字的大小。

(1) $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$

(2) $\frac{3}{8}, \frac{3}{11}$

(3) $\frac{3}{8}, \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{21}{56}, \frac{40}{56}$

(4) $\frac{3}{8}, \frac{2}{7}$

$\Rightarrow \frac{15}{40}, \frac{15}{21}$
<

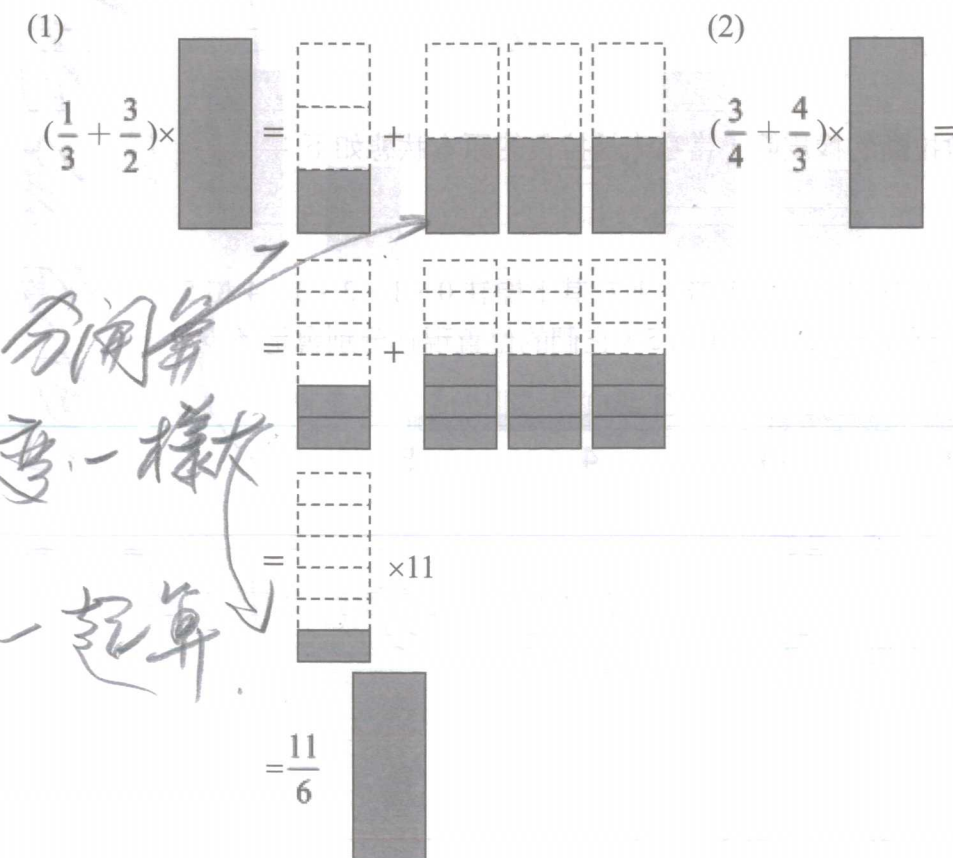
(5) $\frac{3}{29}, \frac{2}{27}$

(6) $\frac{35}{5}, \frac{33}{4}$

★同分母的大小
當一樣大，比
誰多。
★同分子比較，
：一樣多比
誰分母大。

加法與減法

1. 請觀察(1)，想一想數的作用，並完成(2)的圖示。



2. 今天媽媽做了一個大大的香蕉蛋糕，平分成 8 塊：

(1) 弟弟放學回家，馬上就吃掉了 3 塊蛋糕，請問現在還剩下多少塊蛋糕？

(2) 接著，姊姊也回家了，看到蛋糕馬上吃掉了 1 塊，本來還想再吃，可是想到等一下就要吃晚餐，決定吃小塊一些，於是把其中 1 塊平分成 3 小塊，然後吃掉其中 2 小塊，請問現在還剩下多少塊蛋糕呢？

3. 今天爸爸做了 9 個杯子蛋糕：

(1) 弟弟放學回家，馬上就吃掉了 3 個杯子蛋糕，第 4 個只吃掉 $\frac{2}{3}$ 就吃不下了，請問現在剩下多少個蛋糕？

(2) 接著，姊姊也回家了，看到杯子蛋糕馬上吃掉了 2 個，還想再吃，第 3 個只吃掉 $\frac{2}{5}$ 的時候，突然想到等一下要吃晚餐了，決定剩下的當晚餐後的點心，請問現在還剩下多少蛋糕？

4. 計算 $\frac{13}{12} - \frac{8}{15}$

$$\frac{13}{12} - \frac{8}{15} = \frac{13 \times 5}{12 \times 5} - \frac{8 \times 4}{15 \times 4} = \frac{65 - 32}{60} = \frac{33}{60} = \frac{11}{20}$$

這裡通分用的 5 倍和 4 倍
可以從短除法的哪裡找到？

短除法

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 12 & 15 \\ & 4 & 5 \end{array}$$

12 和 15 的最小公倍數 = $3 \times 4 \times 5 = 60$

5. 請仔細想一想第 4 題的算式在算什麼，並計算 $\frac{7}{12} - \frac{4}{9}$

$$\frac{7}{12} - \frac{4}{9} =$$

短除法

6. 試計算 $12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12}$

方法一： $12\frac{3}{10} = 12 + \frac{3}{10}$ ， $4\frac{5}{12} = 4 + \frac{5}{12}$ ；先整數減整數，再分數減分數

$$12 - 4 = 8$$

$$\frac{3}{10} - \frac{5}{12} = \frac{18}{60} - \frac{25}{60}$$
；不夠減，因此向 8 借 1 來減，

$$\text{所以，} 12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12} = (12 - 4) + (\frac{3}{10} - \frac{5}{12})$$

$$= 8 + (\frac{3}{10} - \frac{5}{12})$$

$$= 7 + (\frac{60}{60} + \frac{18}{60} - \frac{25}{60}) = 7 + \frac{53}{60} = 7\frac{53}{60}$$

方法二： $12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12}$ ，因為整數比較好算，我們把 $4\frac{5}{12}$ 補成 5 來算

$$4\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = 5$$

$$\text{所以，} 12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12} = 12\frac{3}{10} - 5 + \frac{7}{12} = 7\frac{3}{10} + \frac{7}{12}$$

$$= 7\frac{18}{60} + \frac{35}{60} = 7\frac{53}{60}$$

7. 請仿照第 6 題的方法以及你自己的方法，試計算 $8\frac{3}{4} - 3\frac{1}{6}$ 。

數學的知識在於計算的想法！

發展想法很重要，也比較有趣！

乘法

分數看成分子，數則兩項來思考！

$\frac{b}{a}$ ， $\frac{1}{a}$ 為分， b 為數則，

1. 什麼是 $\frac{2}{3}$ 呢？

2 個蛋糕平分給 3 個人，每個人可以分得多少？

做法如下：

把 2 個蛋糕分別 3 等份

每個人可以拿到每個蛋糕的 $\frac{1}{3}$

也就是 2 個 $\frac{1}{3}$

也就是說， $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$

2. 什麼是 $\frac{3}{5}$ 呢？

_____ 個蛋糕平分給 _____ 個人，每個人可以分得多少？

做法如下：

把 _____ 個蛋糕分別 _____ 等份

每個人可以拿到每個蛋糕的 _____

也就是 _____ 個 _____

也就是說，_____

3. 計算 $\frac{2}{3} \times 5$ 之值

相當於是計算 2 個 $\frac{1}{3}$ 的 5 倍

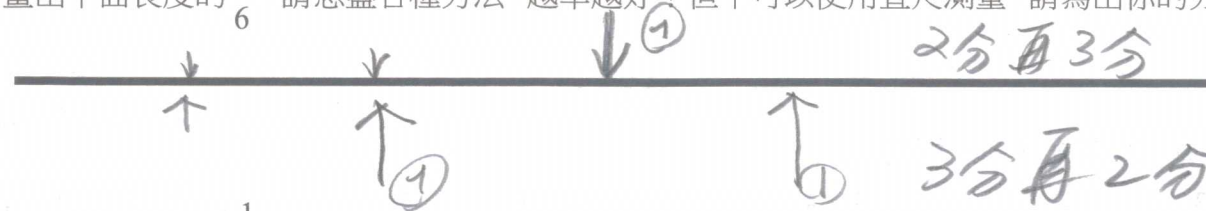
$$\frac{2}{3} \times 5 =$$

4. 計算 $\frac{3}{5} \times 7$ 之值

相當於是計算 _____ 個 _____ 的 _____ 倍

$$\frac{3}{5} \times 7 =$$

5. 請畫出下面長度的 $\frac{1}{6}$ ，請想盡各種方法，越準越好！但不可以使用直尺測量，請寫出你的方法。



6. 請畫出下面長度的 $\frac{1}{15}$ ，請想盡各種方法，越準越好！但不可以使用直尺測量，請寫出你的方法。



7. 請觀察下面算式發展的過程

$$\frac{14}{15} = 14 \times \frac{1}{15} = 14 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$= 2 \times \frac{1}{3} \times 7 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$\text{所以，} \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

8. 請完成下面填空

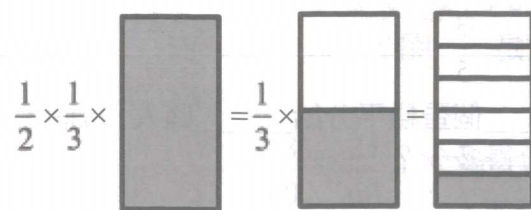
$$\frac{6}{35} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

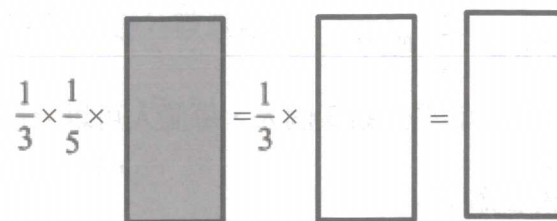
$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\text{所以，} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \frac{6}{35}$$

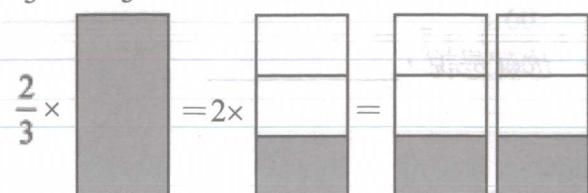
9. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$



10. 請模仿第 9 題畫出並算出 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$



11. $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$



12. 計算 $\frac{2}{3} \times 5$

13. 計算 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

14. 計算 $\frac{2}{3} \times ? = 1$, ? 應該是多少呢?

也就是說, $\frac{2}{3}$ 乘以多少會等於 1 呢?

15. 計算下列各式或完成填空:

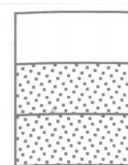
(1) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$ (2) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} =$ (3) $\left(\frac{\quad}{\quad}\right) \times \frac{5}{7} = 1$ (4) $\frac{b}{a} \times \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = 1$

(5) $\frac{3}{4} \times 5 =$ (6) $3 \times \frac{5}{7} =$ (7) $\left(\frac{\quad}{\quad}\right) \times 5 = 1$ (8) $3 \times \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = 1$

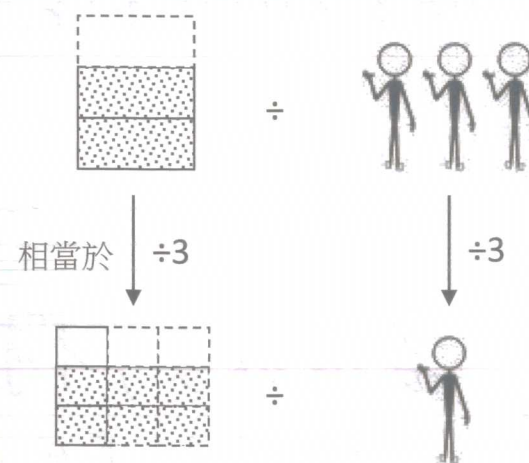
★小結論：我們怎麼利用乘法運算將一個數字變成 1?

除法

1. 桌上有一杯水,有 3 個人想喝,該怎麼分呢? 2. 承第 1 題,我們將水杯橫放成如下面這樣,水位的高度會在哪裡?每個人可以分到多少水呢?請將水位高度畫出來。

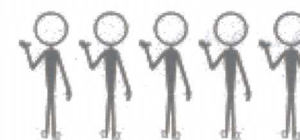


3. 依據前 2 題,我們可以畫出下面的圖形:



2 格的水 平分給 3 個人
相當於 $\frac{2}{3}$ 格的水 平分給 1 個人
每個人可以分到 $\frac{2}{9}$ 格的水

4. 仿第 3 題,將下面這一杯水,平分給 5 個人的,請將平分的過程畫出來。



$\frac{2}{3} \div 3$, 可以看成把 $\frac{2}{3}$ 分成 3 份, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$
所以等於 $\frac{2}{9}$ 的 3 份 = 1

5. $1 \div 5$, 除以 5 是什麼意思呢?

除以 5 就是把 1 平分成 5 等分,每 1 等分就會是 $\frac{1}{5}$

那不就是相當於是把 5 壓成只有 1 的時候,原來的每 1 段就都是 $\frac{1}{5}$ 囉。



6. 試著說說看 $1 \div 0.2$ ，除以 0.2 是什麼意思呢？你看得出下面圖形所代表的意思嗎？



7. 怎麼計算 $1 \div \frac{2}{3}$ 呢？除以 $\frac{2}{3}$ 是什麼意思呢？

1 用 $\frac{2}{3}$ 來分，所以有 1 個 $\frac{2}{3}$ ，剩 $\frac{1}{3}$ = 半個 $\frac{2}{3}$ 。

等於 1 個半 = $\frac{3}{2}$ ，所以 3 分或 3 個 $\frac{1}{3}$ ，再用 2 來除。

8. 下面哪一題最好算？為什麼呢？

(1) $12 \div 4 =$

(2) $12 \div 6 =$

(3) $12 \div 5 =$

(4) $12 \div 1 =$

也可看成

小結論：什麼樣的除法運算最好算？

將 1
 $\begin{array}{r} \frac{3}{2} \div \frac{1}{2} \\ \downarrow \times \frac{1}{2} \\ 3 \div 1 \\ \downarrow \times 3 \\ 1 \div \frac{2}{3} \\ \downarrow \times \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \div 1 \end{array}$

要縮放多少才可
以將除數變成 1。

9. 計算下列各式，你有發現什麼嗎？

(1) $12 \div 4 =$

(2) $24 \div 8 =$

(3) $6 \div 2 =$

(4) $\frac{12}{7} \div \frac{4}{7} =$

$\begin{array}{r} \times \frac{1}{4} \downarrow \downarrow \times \frac{1}{4} \\ 12 \div 4 \\ \hline 3 \end{array}$

$\Rightarrow 3 \div 1$

$= 3$

★小結論：什麼樣的除法運算可以算出相同的值？

除數被除同倍率放大縮小。

10. 請觀察左右範例，試著講出計算過程的道理，並試著做出結論。

(1) $\frac{2}{3} \div 5 =$

$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \div 5 \\ \downarrow \times \frac{1}{5} \\ \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \div 1 \\ \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \\ \frac{2}{15} \end{array}$

(2) $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} =$

$\begin{array}{r} \frac{3}{4} \div \frac{5}{7} \\ \downarrow \times \frac{7}{5} \\ \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} \div 1 \\ \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} \\ \frac{21}{20} \end{array}$

(3) $\frac{7}{8} \div 3 =$

(4) $\frac{6}{5} \div \frac{4}{9} =$

寫寫筆記

Blank area for writing notes.

做題小筆記：



1. 在生活日常中，有關時間的單位有哪些呢？

先形成不同
時間單位間的
倍數關係。

2. 我們知道 1 天有 24 小時，1 小時有 60 分鐘，1 分鐘有 60 秒。
請試著回答下面的問題，並完成表格中的空格。

(1) 1 小時有幾秒鐘呢？	(2) 1 天有幾分鐘呢？	(3) 1 天有幾秒鐘呢？
(4) 1 秒鐘有幾分鐘呢？	(5) 1 分鐘有幾小時呢？	(6) 1 小時有幾天呢？

天	時	分	秒
1	24		
	1	60	
		1	60
			1

3. 大雄坐火車，從上午 10 時 40 分發車，下午 1 時 18 分到達。大雄總共坐了多久的火車？

10:40 $\xrightarrow{20\text{分}}$ 11:00 $\xrightarrow{2\text{h}}$ 13:00 $\xrightarrow{18\text{分}}$ 13:18

4. 大雄搭高鐵從左營往台北，高鐵上午 7 時 55 分從左營站發車，過了 93 分鐘到達台北站，請問他幾點幾分抵達台北？

7:55 $\xrightarrow{5\text{分}}$ 8:00 $\xrightarrow{60\text{分}}$ 9:00 $\xrightarrow{28\text{分}}$ 9:28
93分

5. 星期二早上，同學聽 CD 學英語，當天的教學單元有 5 分 20 秒，同學聽了 4 遍，總共花了多少時間呢？

5分20秒 $\times 4$

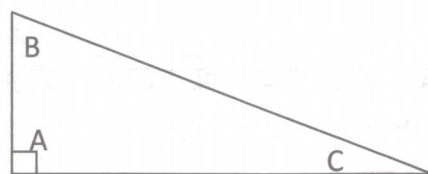
分開算 $5\text{分} \times 4 + 20\text{秒} \times 4 = 20\text{分} + 80\text{秒} = 21\text{分} + 20\text{秒}$

6. 從上午 9 時第一班車，到下午 8 時最後一班車，公車總共發車 34 次，若公車每固定時間就發一班車，請問公車是隔多少時間就會發車一次呢？

↓ 第 1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 3 $\rightarrow$... $\rightarrow$ 第 34
9 AM $\xrightarrow{12}$ 8 PM

4. 下面是一個直角三角形：

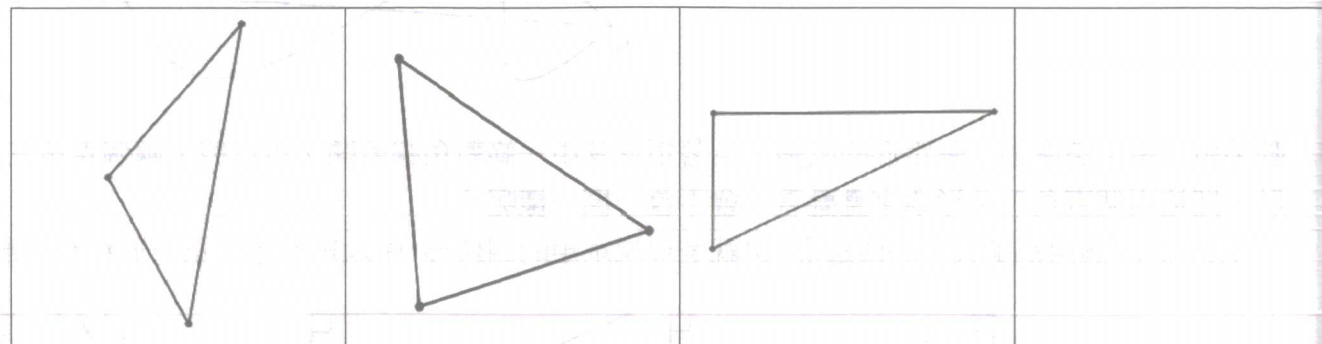
(1) $\angle B + \angle C$ 會是幾度呢？你是怎麼知道的呢？



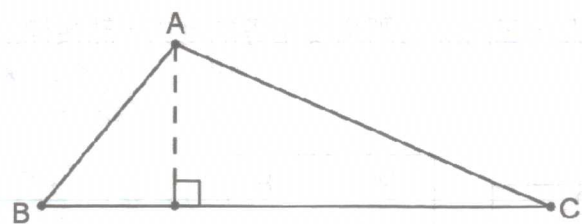
(2) 直角三角形內角和 $\angle A + \angle B + \angle C$ 是幾度呢？

5. 下面有一些三角形，請你試著把下面三角形切成 2 個直角三角形，接著自己再隨意畫一個三角形，也切成兩個直角三角形。

你覺得有沒有哪一種三角形沒辦法切成 2 個直角三角形的呢？找得到嗎？

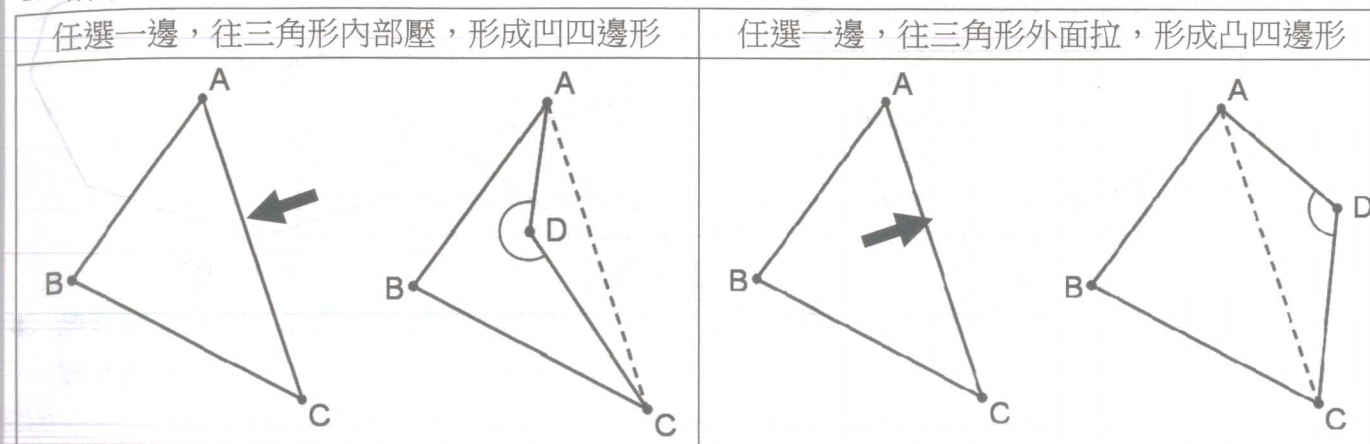


6. 我們知道 任意（隨便，哪一個都好）一個三角形都可以切成兩個直角三角形，請利用這兩個直角三角形，計算出三角形 ABC 的內角和是多少？



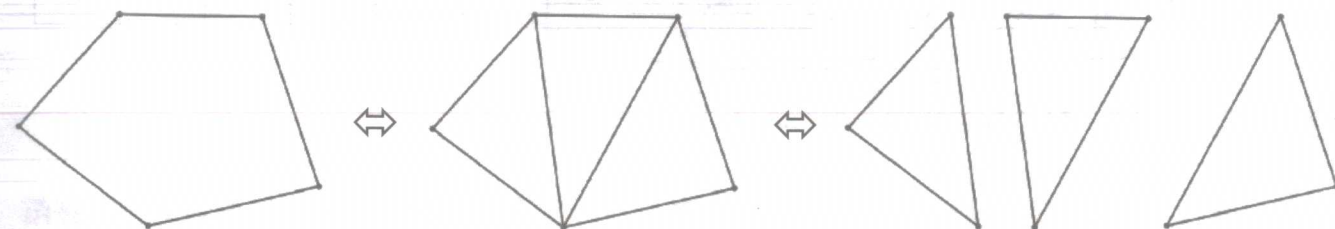
多邊（角）形

1. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個三角形，進行下面的實驗，同時觀察角度有什麼變化。

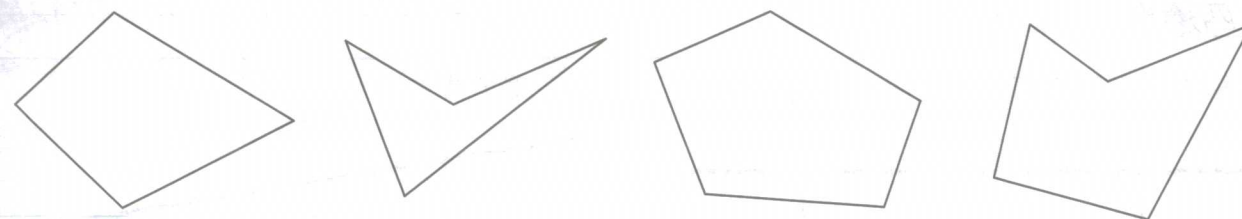


2. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個四邊形，試著將它壓出一個凹五邊形與拉出一個凸五邊形。

3. 一個矩形可以從對角線 切 成 2 個直角三角形，這 2 個直角三角形也可以 拼 回去變成矩形，就像下面的五邊形可以切成一些三角形，一個一個切下來，也可以一個一個拼回去。



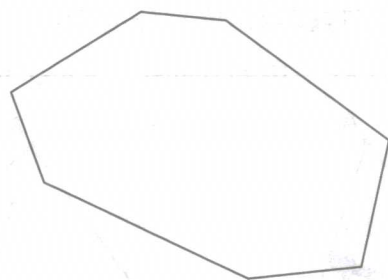
(1) 請將下面的多邊形切成一些三角形。



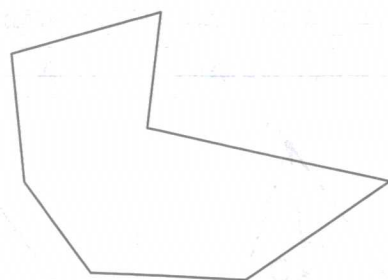
(2) 請利用三角形內角和 180° 計算出四邊形和五邊形的內角和。



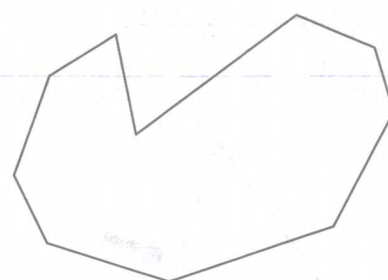
(3) 請計算下面三個多邊形的內角和。



凸7邊形

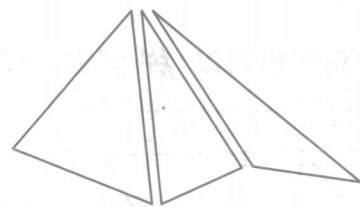


凹7邊形



凹10邊形

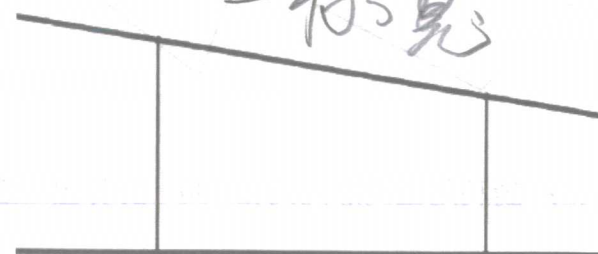
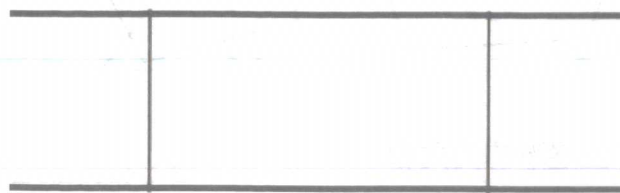
(4) 如果我們可以將一個一個的三角形拼成更多邊的形，這些多邊形的邊數有什麼變化呢？



三角形數量	1	2	3	4	5	99	n
拼成？邊形	3	4					
邊數	3						

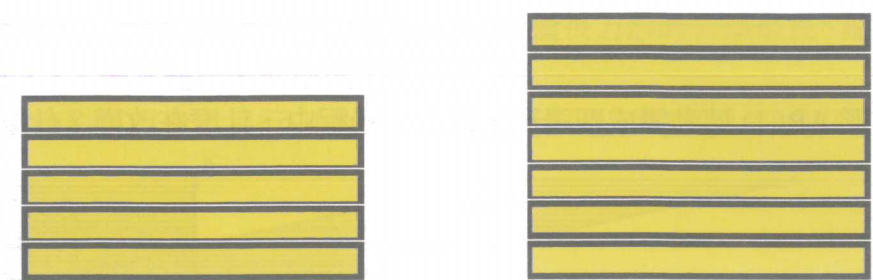
平行四邊形

1. 請檢查下面兩條粗黑的直線有沒有互相平行？你是怎麼判斷的？

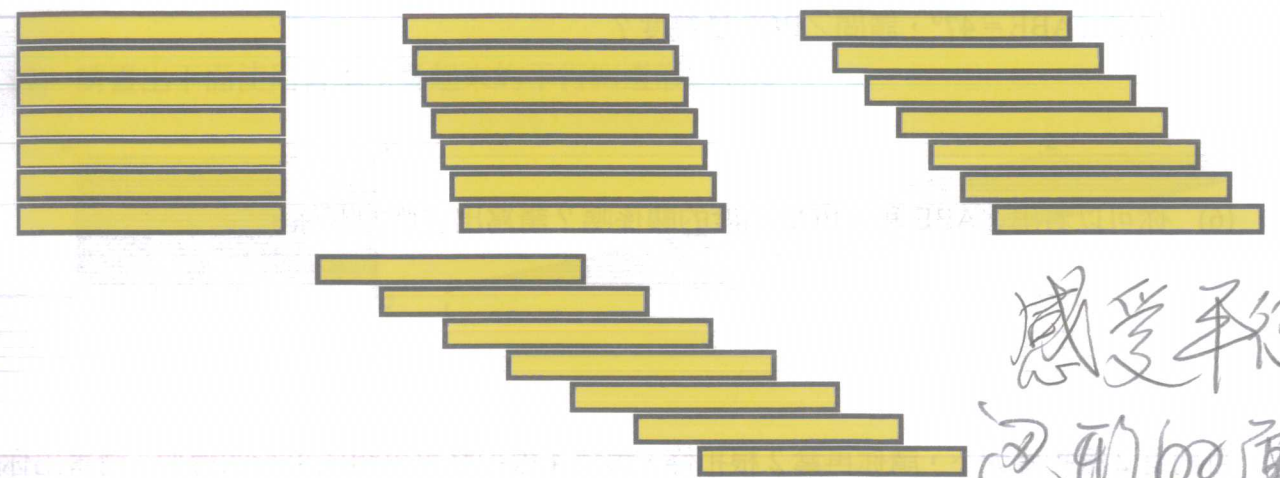


2. 請將第1題沒有互相平行的直線調整成可以互相平行，請直接畫在圖形上。

3. 我們將一樣的书一本一本疊高，其中書背的那一面，疊起來是長方形，當愈疊高的時候，這個面就愈來愈大。

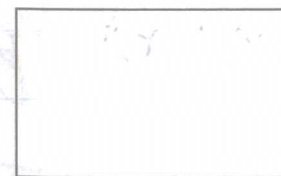


4. 請觀察下面相同的書本所堆疊而成的長方形和平行四邊形，它們的面積有沒有一樣呢？試著寫下說明它們為什麼面積一樣或者不一樣。



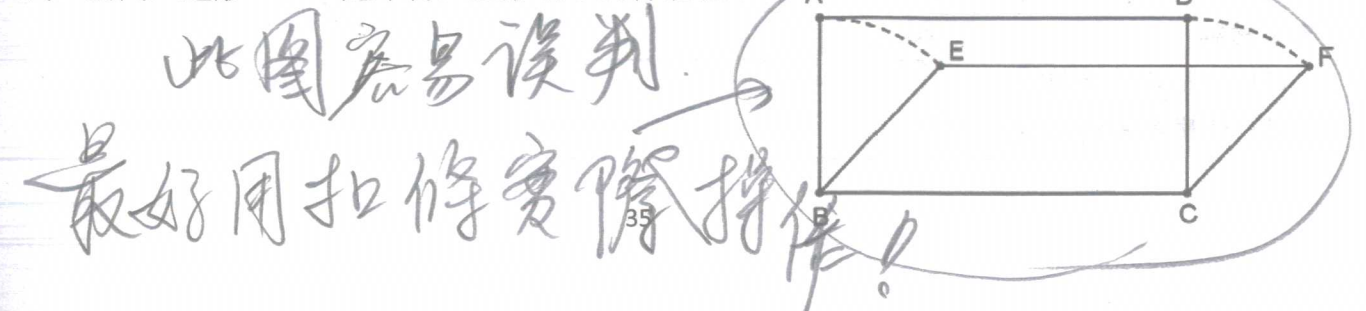
5. 請畫出第4題中每個平行四邊形的高。

6. 請畫出2個和下面長方形面積一樣大的平行四邊形。兩個面積一樣大的平行四邊形哪裡會一樣？哪裡不一樣？



7. 利用4根扣條組成一長方形 ABCD，ABCD 四個頂點都是可以轉動的軸心，如果我們將長方形 ABCD 轉動成四邊形 EBCF：

(1) 請問四邊形 EBCF 是平行四邊形嗎？為什麼呢？



(2) 請比較長方形 ABCD 和四邊形 EBCF 面積的大小。

(3) 從長方形 ABCD 轉動變成四邊形 EBCF 的過程中，什麼在改變？什麼沒有變？

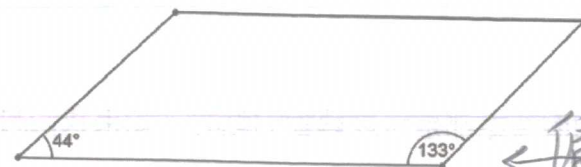
(4) 如果 $\angle ABE = 43^\circ$ ，請問 $\angle DCF$ 是幾度？

(5) 如果 $\angle ABE = 47^\circ$ ，請問 $\angle BCF$ 是幾度？

(6) 你可以看出 $\angle ABE$ 和 $\angle BCF$ 角度的關係嗎？請寫出它們的關係。

8. 目前有 2 根扣條如下，請你再拿 2 根扣條，讓這 4 根扣條可以組成平行四邊形，請畫出你所組成的平行四邊形。(可用顏色區分原來的 2 根扣條，和你自己加的 2 根扣條)

9. 下面這是平行四邊形嗎？為什麼呢？



★小結論：

(1) 什麼是平行線？

(2) 什麼是平行四邊形呢？

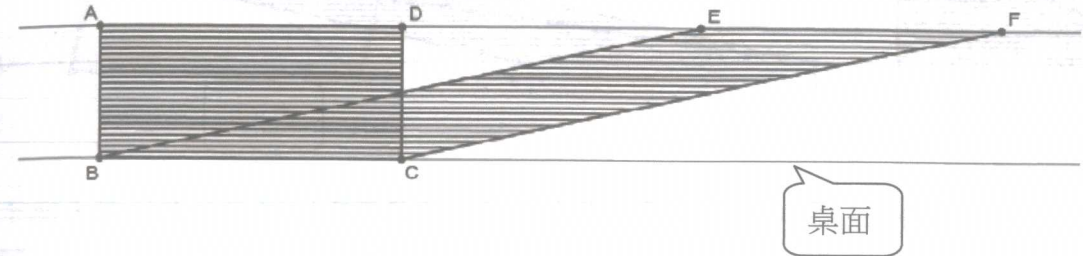


再操作一次由矩
右偏成平行四邊形。
←偏不夠多！

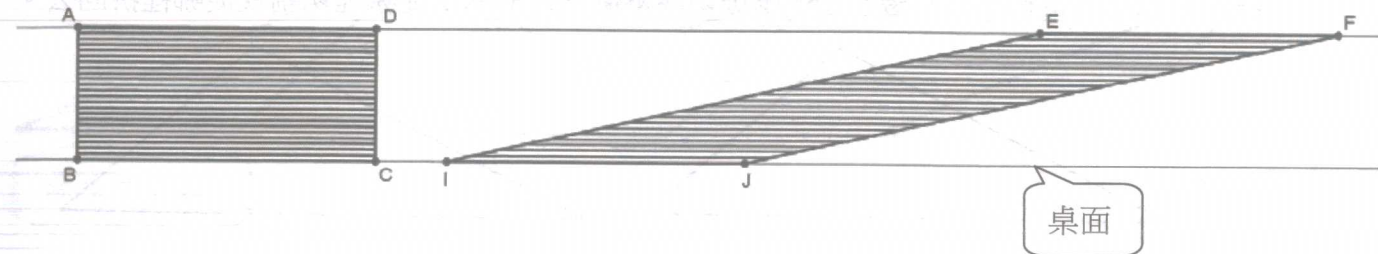
三角形和平行四邊形的面積

1. 一本一本的書疊起來，書背可以疊出長方形，我們知道長方形的面積是長 $\times$ 寬，用書本來看的話是(書背長度) $\times$ (書本疊起來的厚度)。

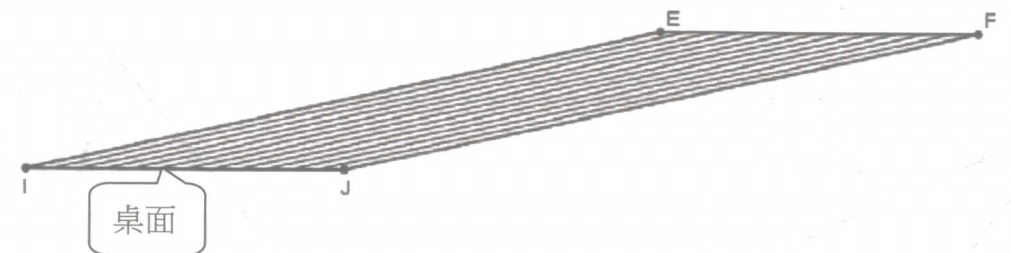
(1) 將書本向右傾斜可以疊出平行四邊形，這個平行四邊形的面積怎麼算呢？



(2) 請畫出下面使用書本所疊起來的平行四邊形的高度。



(3) 下面是書本所疊起來的平行四邊形，請你畫出還沒傾斜前的長方形。

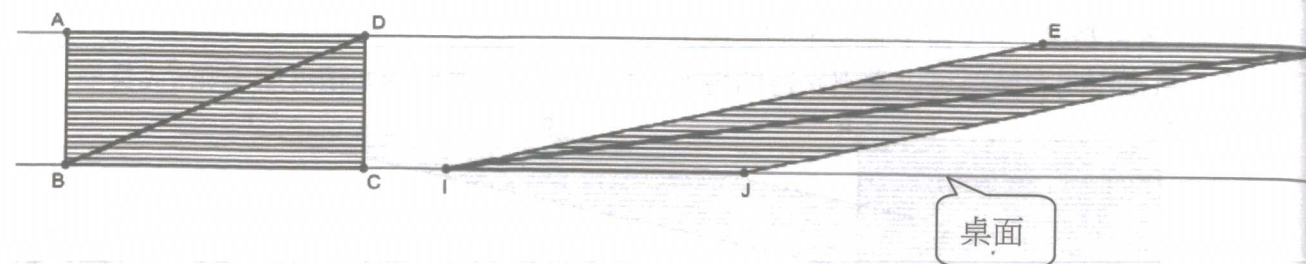


(4) 請畫出疊出下面平行四邊形的書本的厚度。



(教學生先延伸桌面)

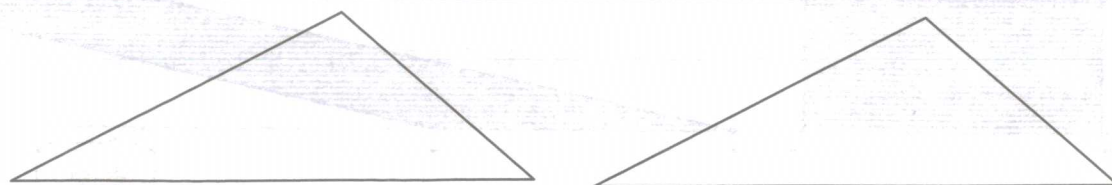
- (5) 我們將長方形 ABCD 的對角線 BD 連起來，知道長方形可以被對角線分割出兩個一模一樣的三角形，換成是平行四邊形，它的對角線也可以分割出兩個一模一樣的三角形嗎？為什麼呢？



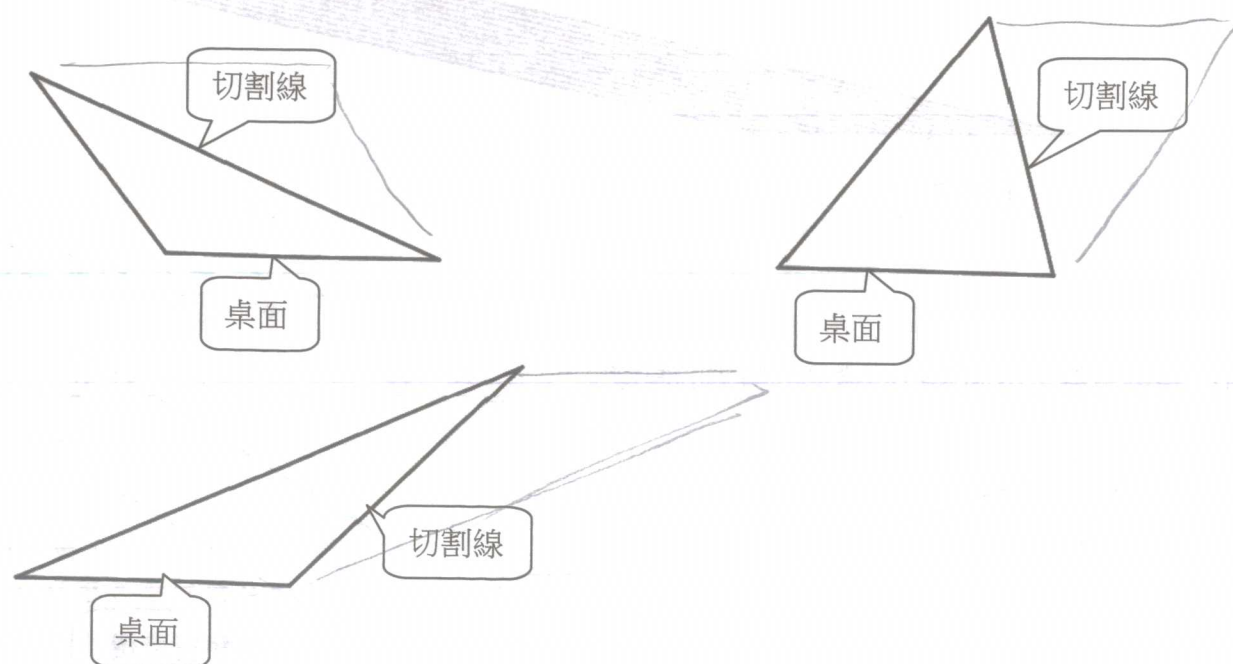
2. 下面這兩個一模一樣的三角形可以拼出一個平行四邊形嗎？

請你實際用紙張做出兩個一模一樣的三角形，拼拼看。

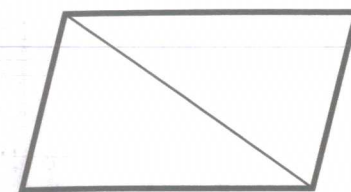
註：可以思考當初平行四邊形是怎麼被切成兩個三角形的？從哪裡切割就從哪裡拼回去。



3. 下面這些三角形是由平行四邊形切出來的，請畫出它們原來的平行四邊形。

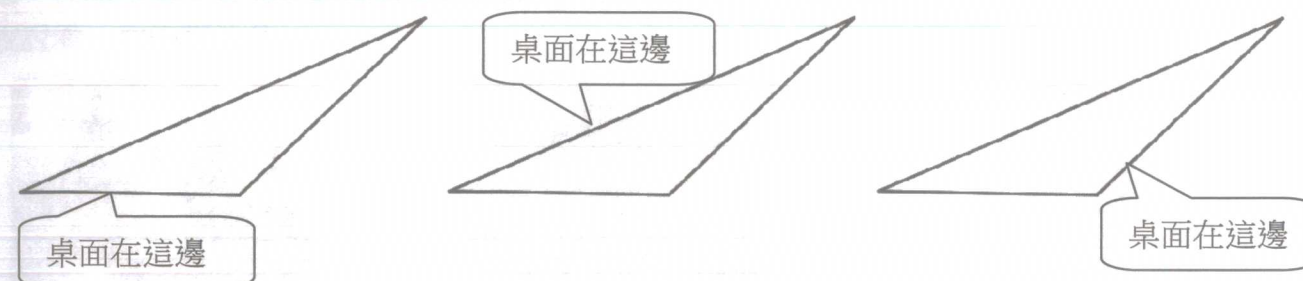


4. 兩個一模一樣的三角形可以拼出一個平行四邊形，所以，我們可以從平行四邊形怎麼算出三角形的面積呢？



5. 下面 3 個三角形是相同的三角形，如果桌面的那邊是底，那它的高在哪裡呢？畫下來！

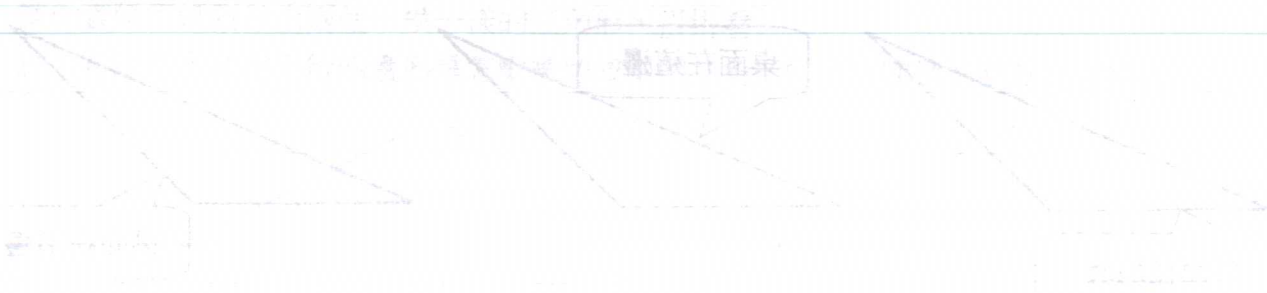
註：可以思考當初平行四邊形是怎麼被切成兩個三角形的？從哪裡切割就從哪裡拼回去！



做題小筆記：



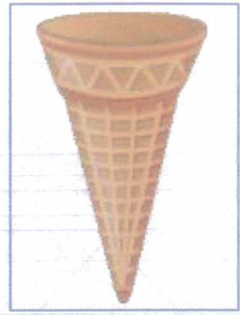
1. 下列各物，哪些是圓錐？請用直線、圓弧、圓心、半徑、直徑、高、底面、頂點等語，描述它們的形狀。



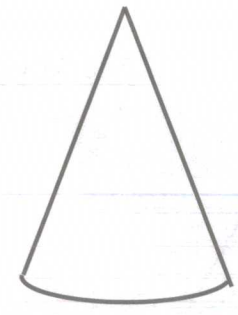
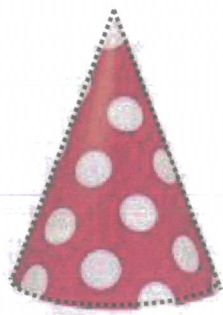
1. 你會怎麼稱呼這些形狀呢？



2. 如下圖，雪人帽、斗笠、甜筒，都是利用圓錐的形狀做出來的，想一想，如果把它們平放在桌上，什麼時候，會覺得圓錐尖尖或鈍鈍的？如何描述他們的高度？要怎麼測量？說說看，你的想法？

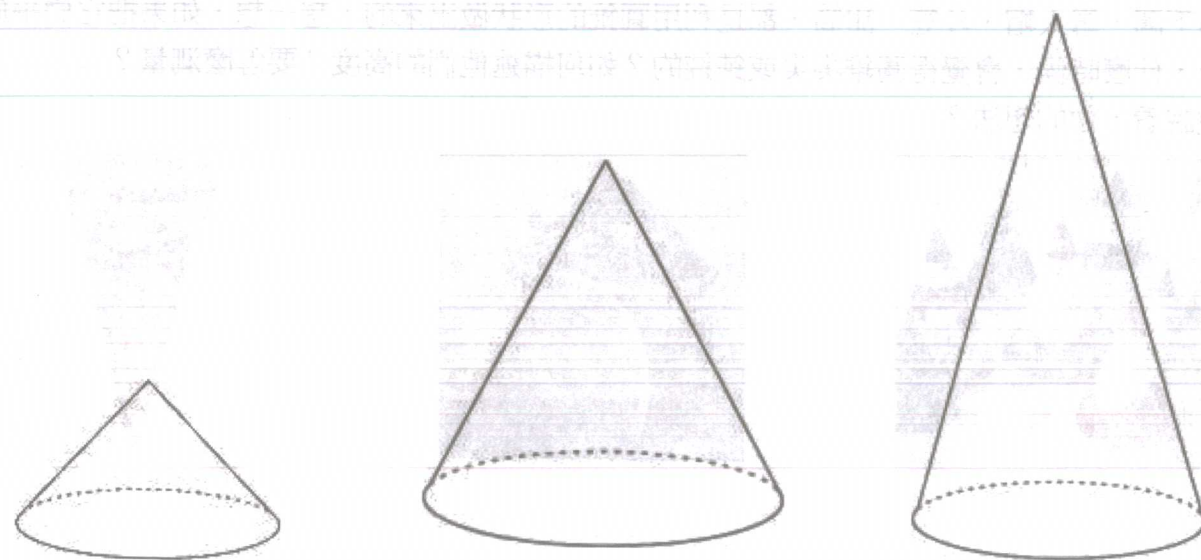
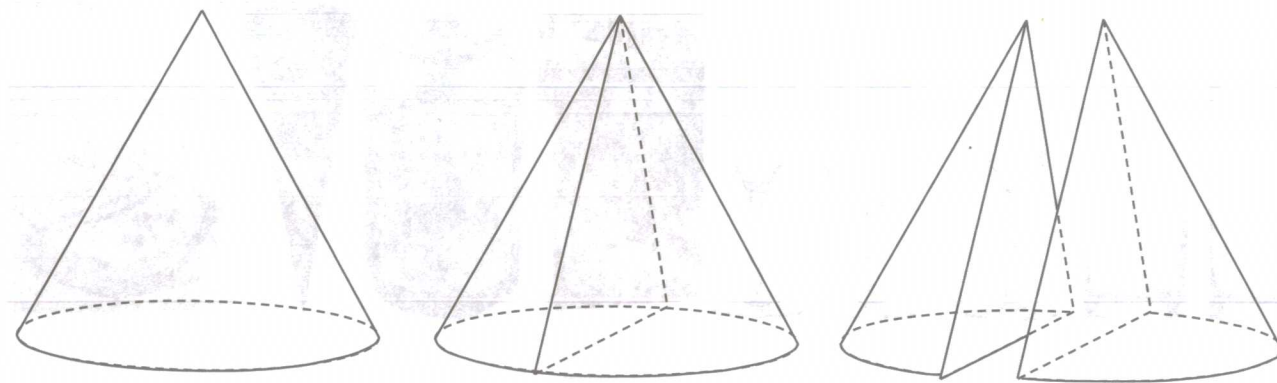


3. 圓錐的高要怎麼量呢？請你嘗試用紙張做出一個圓錐，假想這是一個實心圓錐，試著量出或畫出你所製作的圓錐的高度。

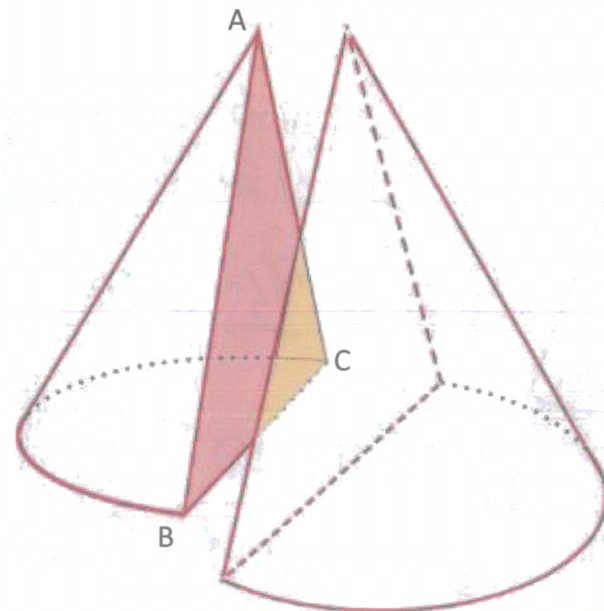


立體圖形教學
的重點在於圖形
跟實物的一致性！
因此「画图」是很重要的
練習！

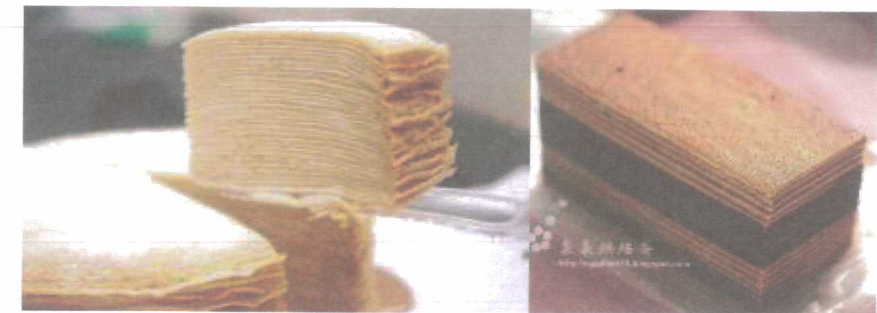
4. 仔細觀察，下面三個圖是把圓錐從正中間切開來的三個步驟，請你也試著練習畫畫看！



5. 說說看，在下圖中粉色的三角形與原圓錐的關係為何？AB 線段的長度？BC 線段的長度？

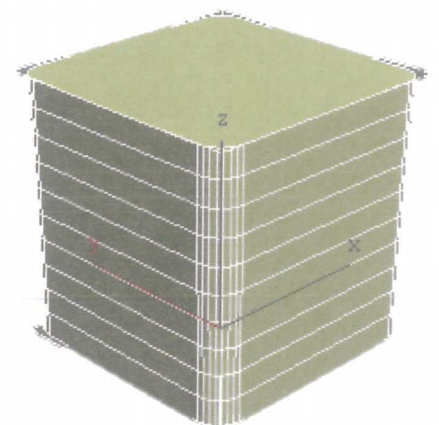
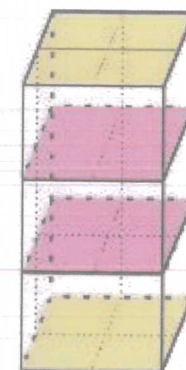


6. 你有看到下面的千層蛋糕是由很多層（片）做出來的嗎？想一想，如果想知道它們有多大塊，我們可以怎麼樣算出它的體積呢？要知道哪些訊息呢？



發展計算
的想法！

7. 要如何描述下面這些立體圖形的大小？



8. 如果改變設計，將直柱形變成斜柱形，甚至是特殊造型，它們的體積大小會一樣嗎？

